

doi: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.06.067>

УДК 519.21

В.И. Большаков, В.Н. Волчук, Ю.И. Дубров

ГВУЗ “Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры”, Днепро

E-mail: volchuky@gmail.com

Организация фрактального моделирования

Представлено академиком НАН Украины А.Ф. Булатом

Предложены основы организации фрактального моделирования исходя из критериев, отображающих ключевые свойства объектов моделирования в зависимости от области их применения. В качестве примеров приведены отдельные ранее опубликованные авторами стратегии, что позволило не включать в текст сообщения громоздкую формализацию общего направления фрактального моделирования.

Ключевые слова: *фрактальное моделирование, математическая модель, микрообъект, макрообъект, структура, неполнота формальной аксиоматики, мультифрактал.*

Выводы Б. Мандельброта о применении теории фракталов наилучшим образом определяют организацию фрактального моделирования: “Хочу со всей категоричностью заявить, что я не считаю фрактальную точку зрения панацеей; анализ каждого случая должен оцениваться согласно критериям, принятым в соответствующей области (т. е., как правило, исходя из его способности организовать, объяснить и предсказать), а не рассматривать как очередной пример чисто математического построения” [1]. Тезис о том, что анализ каждого случая должен оцениваться согласно критериям, принятым в соответствующей области, является основополагающим.

Неадекватный выбор объекту моделирования тип математической модели (ММ) приводит к потере её кардинальности, отражающейся на всех последующих изысканиях. Настоящее может происходить по вине исследователя, который иногда в “погоне” за относительно модным направлением в науке назначает неадекватный объекту моделирования тип проектируемой ММ. Подобных ошибок можно избежать, если на стадии установления типа ММ будет применяться “трафарет”, ориентировочная схема которого приведена на рисунке. Общим для большинства синтезируемых фрактального типа ММ является сведение их к конечномерному виду¹.

¹ При этом наблюдается разделение численных методов на *конечные*, которые позволяют получить решение за конечное число шагов, и *бесконечные*, в которых строится последовательность все более точных приближений к решению (получение решения с заданной точностью). Следует отметить, что большинство реальных задач не поддается точному решению.

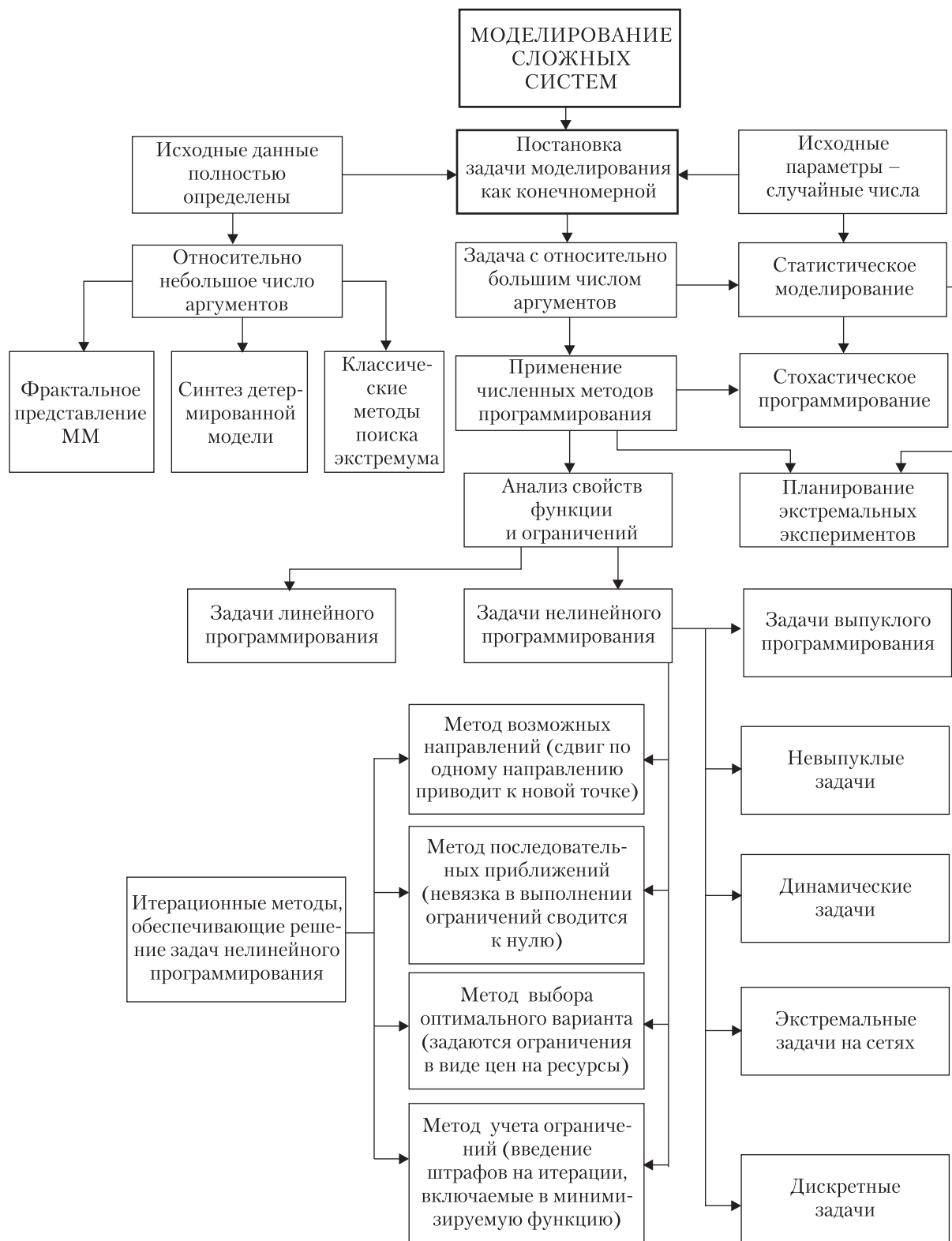


Схема применяемых методов математического моделирования

Как следует из приведенного рисунка, математическое программирование делится на разделы, применяющие методы планирования и управления в условиях полной информации и в условиях неопределенности (стохастическое программирование).

На пути создания ММ фрактального типа часто возникают трудности, связанные с задачами, для решения которых существующие методы математического программирования оказываются непригодными. Для преодоления таких исследований нередко проводятся путём экспертного, эмпирико-технологического анализа обратных связей. При этом изотропность пространства состояний исследователи часто обосновывают ограничениями, допускающими экстраполяцию тенденций развития ММ в относительно узкой, рабочей области.

Широкий спектр структур, мыслимо подлежащих фрактальному моделированию, допускает толкование их рабочих областей неэлементарными неэргодическими многообразиями², метрика которых представляется множеством координатных систем, связанных между собой произвольными, взаимно однозначными преобразованиями. Реализация подобных связей для практических применений чрезвычайно сложна. Толкование сходных многообразий неоднозначное [2], что является обоснованием поиска вида ММ фрактального типа.

В настоящей работе приведены отдельные стратегии организации фрактального моделирования, которые учитывают следующие условия:

ММ фрактального типа должна основываться на определении фрактала: “фракталом называется структура, состоящая из частей, которые в каком-то смысле подобны целому и друг другу” (Б. Мандельброт);

начинать установление типа проектируемой ММ нужно с проверки её соответствия условиям, отвечающим критериям Таккенса [3] или Большакова—Дуброва [4];

назначаются определяющий параметр³ и переменные с их предельными численными значениями;

определяется фрактальная размерность структуры как $D = \log n / \log (1/r)$, где n – число самоподобных частей, которые наблюдаются при увеличении линейных размеров исходной фигуры в r раз; D – фрактальная размерность;

назначается масштаб представления исходной фигуры фрактала;

определяется фундаментальное свойство фрактала – геометрическая регулярность, известная как инвариантность по отношению к масштабу, или самоподобие [5, 6];

определяется однородность пространства состояний ММ фрактала. Если объект – мультифрактал, то спектр размерностей вычисляется по формуле Реньи [7]. Мультифракталы выражаются не в первичных геометрических формах, а в алгоритмах;

осуществляется выбор метода формирования вида ММ;

устанавливаются контрольные точки в пространстве состояний ММ;

проводится корректировка вида ММ.

² Для неэлементарного многообразия невозможно в целом ввести координатную систему с обычными требованиями взаимной однозначности и непрерывности соответствия.

³ Определяющий параметр характеризует функциональное состояние объекта и влияет на его работоспособность вплоть до полного прекращения функционирования самого объекта.

Ниже приведены примеры формирования и реализации отдельных стратегий создания ММ фрактального типа с учётом перечисленных выше условий.

Задачи фрактального моделирования в основном представляют формирование моделей микрообъектов. Однако при этом встречаются задачи фрактального формализма, направленные на идентификацию макрообъектов:

в задаче [8] при идентификации макрообъекта с присущим ему частичным индетерминизмом создаётся и анализируется фрактальная модель определяющего параметра в карусели Э. Лоренца, который представлен отношением температуры воздушной массы в контрольных точках области самоподобия, отнесённой к ее скорости в этих точках;

в задаче [9, 10] назначение того или иного критерия многокритериальной системы проведено в зависимости от ситуации, сложившейся на объекте моделирования, синтезирована фрактальная модель области компромисса альтернативных критериев — показателей качества целевого продукта.

При идентификации микрообъектов, согласно предложенным стратегиям, получены следующие результаты:

для повышения точности идентификации микрообъекта, например микроструктуры металла, с целью частичной компенсации неполноты формальной аксиоматики [11] этой структуры предлагается применять язык фрактальной геометрии [12];

для определения типа ММ, например заданной микроструктуры металла, применяются критерии Таккенса или Большакова—Дуброва [4];

для определения качества целевого продукта, исключая прямые испытания, показано что, достаточно применять фрактальное моделирование, анализ которого включает [13]:

- а) определение границ самоподобия;
- б) определение фрактальной размерности элементов структуры;
- в) вычисление спектра статистических размерностей мультифрактала;
- г) установление чувствительности фрактальной размерности, отображающей качество метала [4];

в работе [14] показано, что повышение точности ММ фрактального вида достигается путём её модификации, базирующейся на композиции топологического и фрактального формализмов, что подтверждается практической реализацией для сотового, пластинчатого, зернистого и игольчатого классов структуры;

целесообразность оценки неоднородности микроструктуры металла, как одной из основных характеристик показателей его качества, с применением концепции мультифрактального формализма подтверждена в работе [15].

Из анализа приведенных данных следует, что организация фрактального моделирования инициируется критериями, отображающими основные особенности объектов моделирования, что согласуется с тезисом Б.Б. Мандельброта: “...каждый случай должен оцениваться согласно критериям, принятым в соответствующей области”.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature. New York, San Francisco: Freeman, 1982. 480 p.
2. Ланге О. Целое и развитие в свете кибернетики. *Исследование по общей теории систем*. Москва: Прогресс, 1969. С. 181—252.

3. Takens F. Detecting strange attractors in turbulence. *Dynamical Systems and Turbulence*. Berlin; Heidelberg: Springer, 1981. P. 366–381. (Lecture Notes in Mathematics; Vol. 898).
4. Большаков В.И., Дубров Ю.И. Об оценке применимости языка фрактальной геометрии для описания качественных трансформаций материалов. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 2002. № 4. С. 116–121.
5. Гринченко В.Т., Мацьпура В.Т., Снарский А.А. Введение в нелинейную динамику. Хаос и фракталы. Киев: Наук. думка, 2005. 263 с.
6. Булат А.Ф., Дырда В.И. Фракталы в геомеханике. Киев: Наук. думка, 2005. 356 с.
7. Rényi A. Probability theory. Amsterdam: North-Holland, 1970. 670 p.
8. Большаков В.И., Волчук В.Н., Дубров Ю.И. Фрактальный подход при идентификации сложных систем. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 2017. № 6. С. 46–50. doi: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2017.06.046>
9. Большаков В.И., Дубров Ю.И. Шляхи ідентифікації антропоморфних систем. *Вісн. НАН України.* 2017. № 10. С. 63–67. doi: <https://doi.org/10.15407/visn2017.10.062>
10. Волчук В.Н. К применению фрактального формализма при ранжировании критериев качества многопараметрических технологий. *Металлофизика и новейшие технологии.* 2017. **39**, № 7. С. 949–957. doi: <https://doi.org/10.15407/mfint.39.07.0949>
11. Gödel K. Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme. *Monatsh. Math. Phys.* 1931. **38**. P. 173–198.
12. Большаков Вад.І., Большаков В.І., Волчук В.М., Дубров Ю.І. Часткова компенсація неповноти формальної аксіоматики при ідентифікації структури металу. *Вісник НАН України.* 2014. № 12. С. 45–48.
13. Большаков В.И., Волчук В.Н., Дубров Ю.И. Особенности применения мультифрактального формализма в материаловедении. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 2008. № 11. С. 99–107.
14. Большаков В.И., Волчук В.Н., Дубров Ю.И. Топологические и фрактальные инварианты структуры для оценки качества металла. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 2017. № 4. С. 42–48. doi: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2017.04.042>
15. Большаков В.И., Волчук В.Н. Материаловедческие аспекты применения вейвлетно-мультифрактального подхода для оценки структуры и свойств малоуглеродистой стали. *Металлофизика и новейшие технологии.* 2011. **33**, № 3. С. 347–360.

Поступило в редакцию 15.12.2017

REFERENCES

1. Mandelbrot, B. B. (1982). The fractal geometry of nature. New York, San Francisco: Freeman.
2. Lange, O. (1965). Wholes and Parts. A general theory of system behaviour. Oxford: Pergamon Press.
3. Takens, F. (1981). Detecting strange attractors in turbulence. *Dynamical systems and turbulence. Lecture notes in mathematics. Vol. 898* (pp. 366-381). Berlin, Heidelberg: Springer.
4. Bolshakov, V. I. & Dubrov, Yu. I. (2002). An estimate of the applicability of fractal geometry to describe the language of qualitative transformation of materials. *Dopov. Nac. akad. nauk Ukr.*, No. 4, pp. 116-121 (in Russian).
5. Grinchenko, V. T., Matsypura, V. T. & Snarskiy, A. A. (2005). Introduction to nonlinear dynamics. Chaos and Fractals. Kiev: Naukova Dumka (in Russian).
6. Bulat, A. F. & Dyrd, V. I. (2005). Fractals in geomechanics. Kiev: Naukova Dumka (in Russian).
7. Rényi, A. (1970). Probability theory. Amsterdam: North-Holland.
8. Bol'shakov, V. I., Volchuk, V. N. & Dubrov, Yu. I. (2017). Fractal approach to the identification of complex systems. *Dopov. Nac. acad. nauk Ukr.*, No. 6, pp. 46-50 (in Russian). doi: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2017.06.046>
9. Bol'shakov, V. I. & Dubrov, Yu. I. (2017). Ways anthropomorphic identification systems. *Visn. Nac. Acad. Nauk Ukr.*, No. 10, pp. 63-67 (in Ukrainian). doi: <https://doi.org/10.15407/visn2017.10.062>
10. Volchuk, V. M. (2017). On the application of fractal formalism for ranging criteria of quality of multiparametric technologies. *Metallfizika i Noveishie Tekhnologii*, 39, No. 7, pp. 949-957 (in Russian). doi: <https://doi.org/10.15407/mfint.39.07.0949>
11. Gödel, K. (1931). Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme. *Monatsh. Math. Phys.*, 38, pp. 173-198.

12. Bol'shakov, Vad. I., Bol'shakov, V. I., Volchuk, V. N. & Dubrov Yu. I. (2014). A partial compensation of the incompleteness of a formal axiomatics at the identification of a metal structure. *Visn. Nac. Acad. Nauk Ukr.*, No. 12, pp. 45-48 (in Ukrainian).
13. Bol'shakov, V. I., Volchuk, V. N. & Dubrov, Yu. I. (2008). Peculiarities of applications of the multifractal formalism to materials science. *Dopov. Nac. acad. nauk Ukr.*, No. 11, pp. 99-107 (in Russian).
14. Bol'shakov, V. I., Volchuk, V. N. & Dubrov, Yu. I. (2017). Topological and fractal invariants of a structure to assess the quality of a metal. *Dopov. Nac. acad. nauk Ukr.*, No. 4, pp. 42-48 (in Russian). doi: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2017.04.042>
15. Bol'shakov, V. I. & Volchuk, V. N. (2011). Materials science aspects of applications of the wavelet-multifractal approach to the evaluation of a structure and properties of low-carbon steel. *Metallofizika i Noveishie Tekhnologii*, 33, No. 3, pp. 347-360 (in Russian).

Received 15.12.2017

V.I. Bol'shakov, V.M. Volchuk, Yu.I. Dubrov

ДВНЗ “Придніпровська державна академія будівництва та архітектури”, Дніпро

E-mail: volchuky@gmail.com

ОРГАНІЗАЦІЯ ФРАКТАЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Запропоновано основи організації фрактального моделювання виходячи з критеріїв, що відображають ключові властивості об'єктів моделювання залежно від області їх застосування. Для прикладу наведено окремі раніше опубліковані авторами стратегії, що дозволило не включати в текст повідомлення громіздку формалізацію загального напрямку фрактального моделювання.

Ключові слова: *фрактальне моделювання, математична модель, мікрооб'єкт, макрооб'єкт, структура, неповнота формальної аксіоматики, мультифрактал.*

V.I. Bol'shakov, V.M. Volchuk, Yu.I. Dubrov

Prydniprov's'ka State Academy of Civil Engineering and Architecture, Dnipro

E-mail: volchuky@gmail.com

ORGANIZATION OF FRACTAL MODELING

The foundations of the organization of a fractal modeling based on the criteria that reflect the key properties of modeling objects depending on the field of their application are proposed. As examples, the separate strategies earlier published by the authors are given, which makes it impossible to include a cumbersome formalization of the general direction of fractal modeling in the article.

Keywords: *fractal modeling, mathematical model, microobject, macroobject, structure, incompleteness of formal axiomatics, multifractal.*